Análise Matemática IV

Problemas para as Aulas Práticas

Semana 11

1. Calcule as transformadas de Laplace e as regiões de convergência das funções definidas em $t \geq 0$ pelas expressões seguintes:

   (a) $f(t) = \mathrm{ch}(at)$ (b) $f(t) = t\,\mathrm{sen}(at)$

   (c) $f(t) = e^{at}\cos(bt)$ (d) $f(t) = \dfrac{\mathrm{sen}(t)}{t}$, $(t > 0)$

2. Calcule a inversa da Transformada de Laplace de

   (a) $(s^2 - 1)^{-2}$ (b) $6(s^4 + 10s^2 + 9)^{-1}$

   (c) $\dfrac{s+1}{s^2 + s - 6}$ (d) $\dfrac{1}{(s+1)^4}$

3. Utilizando a Transformada de Laplace resolva os seguintes problemas de valor inicial:

   a) $y'' - y' - 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

   b) $y'' + \omega^2 y = \cos(2t)$, $\omega^2 \neq 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

   c) $y'' + 2y' + 2y = h(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ sendo

   $$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } \pi \leq t < 2\pi \\ 0 & \text{se } 0 \leq t < \pi \text{ e } t \geq 2\pi \end{cases}$$

4. Designa-se por δ a função de Dirac com suporte na origem. Utilizando a transformada de Laplace resolva os seguintes problemas de valor inicial:

   a) $y'' + 2y' + 2y = \delta(t - \pi)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

   b) $y'' + y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

   c) $y'' + y = \delta(t - \pi)\cos t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$